

به نام خدای مهربان
 باشگاه دانش‌پژوهان جوان
 امتحان جامع سوم
 ۲ شهریور ماه ۱۳۸۷
 مدت امتحان ۲ ساعت

(۱) می‌خواهیم با استفاده از دو عکس از یک کهکشان در دو زمان مختلف، سرعت کهکشان را حساب کنیم. نقطه‌ی مشاهده را مبدأ می‌گیریم. عکس‌های اول و دوم، کهکشان را به ترتیب در نقطه‌های r_1 و r_2 نشان می‌دهند. زمان گسیل نور برای این عکس‌ها به ترتیب t_1 و t_2 ، و زمان رسیدن نور این عکس‌ها به مبدأ به ترتیب t'_1 و t'_2 است. سرعت نور c است. بردار سرعت کهکشان را با v نشان می‌دهیم. $v_{||}$ مولفه‌ی این سرعت در راستای شعاعی و در جهت دور شدن از مبدأ، و v_{\perp} اندازه‌ی مولفه‌ی عمود بر شعاع این سرعت است. اندازه‌ی بردارهای r_1 و r_2 را به ترتیب با r_1 و r_2 نشان می‌دهیم. در کل مسئله فرض کنید $(t_2 - t_1)$ کوچک است و از جمله‌های درجه‌ی دو و بیش‌تر نسبت به $(t_2 - t_1)$ چشم‌پوشید.

الف) t'_1 را بر حسب r_1 و t_1 و c به دست آورید.

ب) $(r_2 - r_1)$ را بر حسب سرعت‌ها و $(t_2 - t_1)$ به دست آورید.

پ) $(t'_2 - t'_1)$ را بر حسب $(t_2 - t_1)$ به دست آورید.

مولفه‌ی عمودی سرعت مشاهده شده را جابه‌جایی عمود بر شعاع تقسیم بر $(t'_2 - t'_1)$ تعریف می‌کنیم. این کمیت را با \tilde{v}_{\perp} نشان می‌دهیم. طول موج نوری که دریافت می‌شود تقسیم بر طول موج گسیلیده را با Z نشان می‌دهیم. می‌دانیم

$$Z = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \left(1 + \frac{v_{||}}{c}\right)$$

ت) \tilde{v}_{\perp} را بر حسب سرعت‌ها به دست آورید.

ث) در یک آزمایش $\tilde{\beta}_{\perp} := (\tilde{v}_{\perp}/c)$ و Z را سنجیده‌اند. $\beta_{||} := (v_{||}/c)$ و $\beta_{\perp} := (v_{\perp}/c)$ را بر حسب این دو کمیت حساب کنید.

(۲) مسیر نور هنگام عبور از کنار یک جرم گرانشی، اندکی تغییر می‌کند و از خط راست منحرف می‌شود (دچار خمیدگی می‌شود). اگر چه محاسبه‌ی مقدار این انحراف بر اساس مکانیک نسبیتی انجام می‌شود، در این جا می‌خواهیم سعی کنیم بر اساس مکانیک نیوتنی، مقدار این انحراف را حساب کنیم. برای این کار کافی است رفتار نور را مانند یک ذره که تحت تأثیر یک جرم گرانشی قرار می‌گیرد، بررسی کنیم. مقدار انحراف پرتوهای نور یک ستاره‌ی دوردست که از لبه‌ی خورشید می‌گذرند را به این روش حساب کنید. (راهنمایی: مسیر نور منحرف شده به وسیله‌ی جرم گرانشی، هذلولی است.)

(۳) یک منظومه‌ی دوتایی در نظر بگیرید که مولفه‌های آن روی مدار دایروی به گرد مرکز جرم منظومه در حرکتند. شعاع مدار، سرعت و جرم ستاره‌ی i به ترتیب r_i ، v_i ، m_i و T دوره‌ی تناوب منظومه است. راستای عمود بر صفحه‌ی مدار این منظومه با امتداد خط دید (خطی که مرکز جرم منظومه را به نقطه‌ی مشاهده وصل می‌کند)، زاویه‌ی α می‌سازد. تفاضل بیشینه و کمینه‌ی ν_o/ν_s برای مولفه‌های ۱ و ۲ به ترتیب ξ_1 و ξ_2 است که در آن ν_o بسامد نور دریافتی (توسط ناظر) و ν_s بسامد نور گسیل شده از این منظومه‌ی دوتایی است. کمیت‌های r_1 ، r_2 ، m_1 و m_2 را بر حسب ξ_1 ، ξ_2 ، T و α حساب کنید.

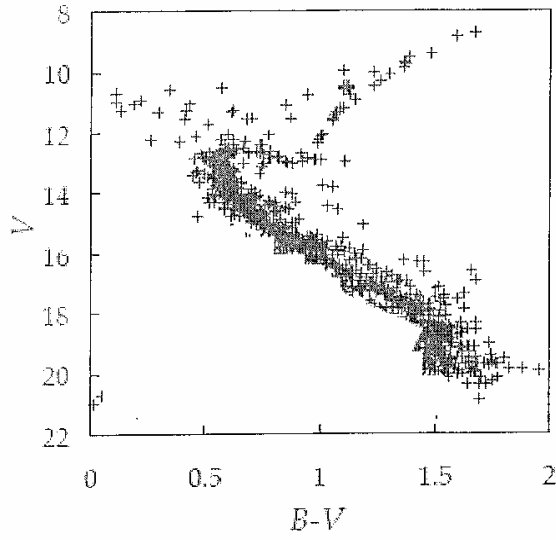
(۴) سه نموداری که در صفحه‌ی بعد آمده، نمودار HR سه خوشه‌ی ستاره‌ای M67، 47 Tucanae و Hyades است. با توجه به شکل:

الف) خوشه‌ها را بر حسب سن شان مرتب کنید. پاسخ خود را توضیح دهید. (به پاسخ‌های بدون استدلال، امتیازی تعلق نمی‌گیرد.)

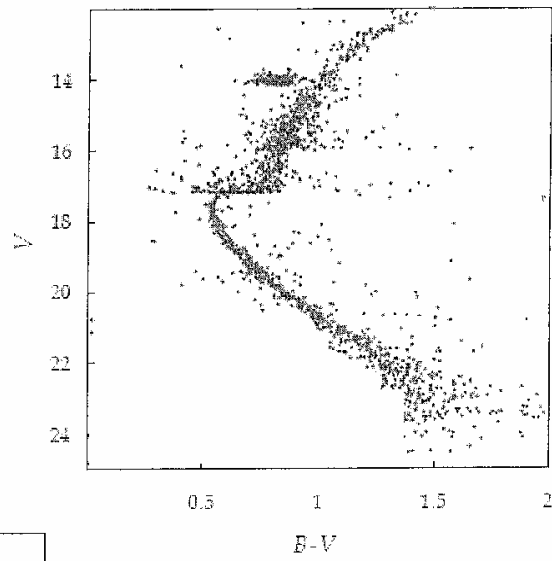
ب) جدول زیر شامل داده‌هایی در مورد شاخص رنگی، $B - V$ ، و دمای موثر، T_e ، ستاره‌های رشته‌ی اصلی است.

$B - V$	T_e
-۰٫۲۷	۲۵۷۰۰
-۰٫۲۵	۲۴۵۰۰
-۰٫۲۳	۲۱۰۰۰
-۰٫۲۰	۱۷۷۰۰
-۰٫۱۵	۱۴۰۰۰
-۰٫۱۰	۱۱۸۰۰
-۰٫۰۵	۱۰۵۰۰
۰٫۰۰	۹۴۸۰
۰٫۱۰	۸۵۳۰
۰٫۲۰	۷۹۱۰
۰٫۳۰	۷۴۵۰
۰٫۴۰	۶۸۰۰
۰٫۵۰	۶۳۱۰
۰٫۶۰	۵۹۱۰
۰٫۷۰	۵۵۴۰
۰٫۸۰	۵۳۳۰
۰٫۹۰	۵۰۹۰
۱٫۰۰	۴۸۴۰
۱٫۲۰	۴۳۵۰

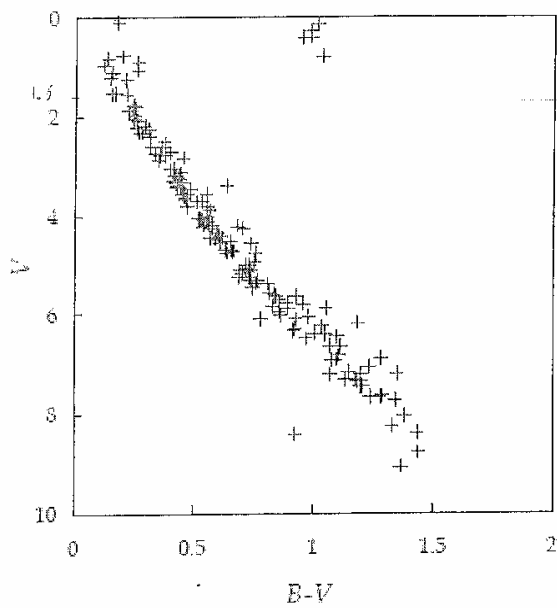
با فرض این‌که ستاره‌های هر یک از این خوشه‌ها در یک زمان متولد شده باشند، سن هر یک از خوشه‌ها را تخمین بزنید. (برای خورشید $B - V = ۰٫۶۴$ و مدت زمانی که خورشید در رشته‌ی اصلی می‌ماند، $۱۰^{۱۰}$ سال است.)



خوشه ی M67



خوشه ی 47 Tucanae



7 اساره

خوشه ی Hyades