

علی ایبزی زید

به نام خدای مهربان
باشگاه دانش پژوهان جوان
امتحان نهایی دوره تابستانه
۱۰ شهریور ماه ۱۳۸۷
مدت امتحان: ۳ ساعت

(۱) ستاره HD 209458 یکی از اولین ستاره‌هایی بود که سیاره‌ی آن به روش فتومتری کشف شد. مشاهده‌های انجام شده بر روی این ستاره به وسیله‌ی یک تلسکوپ کوچک $14''$ ، منجر به منحنی نوری شکل (۱) شده است که در آن محور افقی، زمان بر حسب ساعت و محور عمودی، قدر مشاهده شده است. فرض کنید مدار سیاره دایره است. به این ترتیب می‌توان گذر سیاره را به شکل ساده به صورتی که در شکل (۲) آمده نشان داد.

در این شکل، b پارامتر برخورد (پارامتر برخورد یک کمیت بی‌بعد است)، R شعاع ستاره، a شعاع مدار سیاره و i زاویه‌ی تمایل مداری سیاره است.

کل زمان گذر را به طور تقریبی می‌توان از رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$d \approx \frac{PR}{\pi q} \sqrt{\left(1 + \frac{r}{R}\right)^2 - \left(\frac{a}{R} \cos i\right)^2}$$

که در آن r شعاع سیاره و P دوره‌ی تناوب حرکت آن است. همچنین مدت زمان ورود و خروج سیاره (مدت زمانی که طول می‌کشد تا سیاره از دید ناظر به طور کامل وارد قرص ستاره شود، یا از آن خارج شود؛ duration of ingress and egress) از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$t = \frac{d \sin i}{R}$$

$$t = \frac{d \sin i}{R} \sqrt{1 - b^2}$$

فرض کنید با استفاده از مشاهده‌های دیگری داریم $M_{HD} = 0.92 M_{\odot}$ و $R_{HD} = 0.91 R_{\odot}$. با استفاده از داده‌های منحنی:

الف) کل مدت زمان گذر سیاره از روی ستاره را تخمین بزنید.

ب) شعاع مدار سیاره را حساب کنید.

پ) زاویه‌ی تمایل مداری سیاره را حساب کنید.

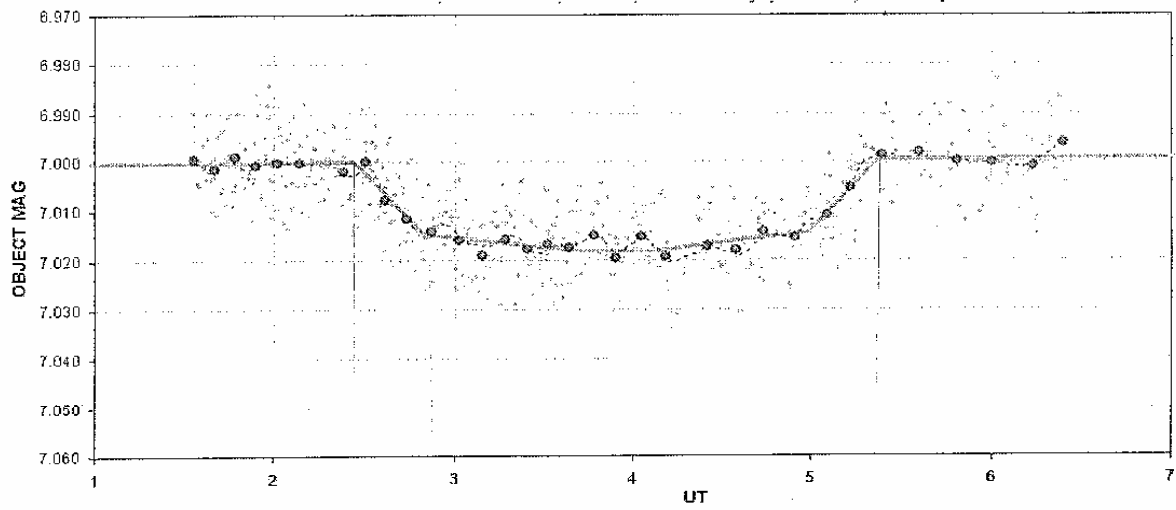
ت) دوره‌ی تناوب حرکت سیاره را حساب کنید.

ث) شعاع سیاره را حساب کنید.

۲۱ ۵ ۲۲ ۱۰

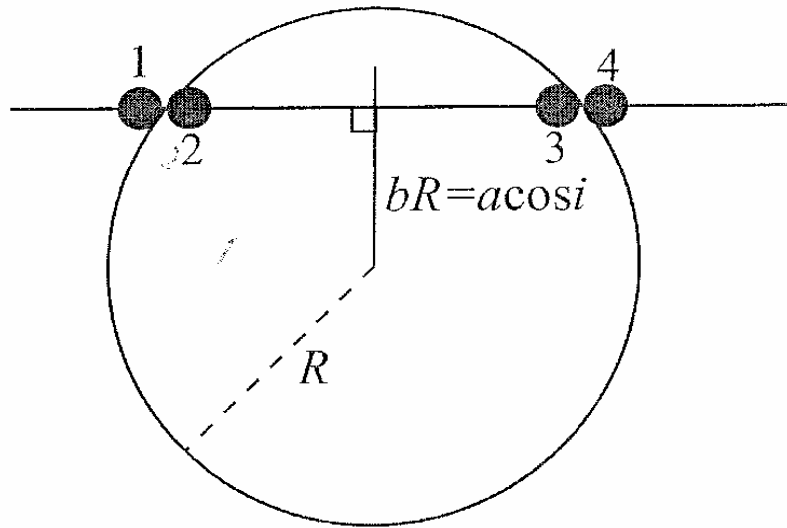
۱۱ ۵ ۲۱

D 3 6 6 1



$\Delta m \rightarrow$ ~~from~~ $\cos i$
 0.2 ?

شکل ۱



شکل ۲

(۲) یک هواپیما در نقطه‌ای به طول جغرافیایی 40° غربی و عرض جغرافیایی 10° جنوبی به پرواز درمی‌آید و قرار است که از فراز شهر A با طول جغرافیایی 70° شرقی و عرض جغرافیایی 30° شمالی بگذرد. اگر سرعت این هواپیما 600 km/h باشد و در ارتفاع 6 km از سطح زمین پرواز کند، از زمان شروع پرواز چه قدر می‌گذرد تا هواپیما به بیش‌ترین عرض جغرافیایی ممکن برسد؟ این عرض جغرافیایی بیشینه چه قدر است؟
در زمان عبور از فراز شهر، امتداد حرکت هواپیما با سمت شمال جغرافیایی چه زاویه‌ای می‌سازد؟
به صورت نظری این هواپیما چه مدت می‌تواند برای ناظری در شهر A قابل مشاهده باشد؟ از جذب و پراکندگی نور در جو زمین صرف‌نظر کنید و زمین را کروی و بدون عوارض سطحی در نظر بگیرید.

(۳) کوتوله‌ی سفید ستاره‌ای است که جرم آن از مرتبه‌ی جرم خورشید، و شعاع آن از مرتبه‌ی شعاع زمین است. منبع انرژی کوتوله‌های سفید انقباض گرانشی است. انرژی که یک کوتوله‌ی سفید می‌گسیلد، S است، که T دمای سطح کوتوله، S مساحت سطح کوتوله، و σ ثابت استفان - بولتزمن است. جرم کوتوله را با M ، شعاع آن را با R ، و ثابت گرانش را با G نشان می‌دهیم. الف) انرژی گرانشی کوتوله را تا حد یک ثابت بی‌بعد برحسب M و R و بنویسید. (لازم نیست این ثابت را حساب کنید، و در بخش‌های بعد هم می‌توانید آن را به کار ببرید).
ب) توان گسیل شده از کوتوله را برحسب M ، R ، و (R/t) و ثابت‌ها بنویسید. t زمان است.
پ) (R/t) را برحسب M ، R ، T و ثابت‌ها بنویسید.

(۴) جدول زیر داده‌های ۷ سیاره از ۸ سیاره‌ی یک منظومه است. به عبارت دیگر، داده‌های مربوط به یکی از سیاره‌ها در جدول نیامده است.

	جرم (بر حسب M_{\oplus})	خروج از مرکز	دوره‌ی تناوب (بر حسب سال)	نیم قطر بزرگ (بر حسب AU)
۱	۰٫۱۶۵	۰٫۲۱۵	۱٫۶۳	۱٫۱۰
۲	۰٫۸۱۵	۰٫۰۲۷	۳٫۷۰	۱٫۹۰
۳	۱٫۵۰۰	۰٫۰۱۷	۹٫۲۶	۳٫۵۰
۴	۰٫۲۰۷	۰٫۰۹۵	۲۴٫۵۳	۶٫۷۰
۵	۴۱۹٫۰۰	۰٫۰۵۰	۱۸۵٫۳۳	۲۵٫۸۰
۶	۹۵٫۲۰	۰٫۰۷۷	۵۲۲٫۶۷	۵۱٫۵۰
۷	۱۴٫۵۰	۰٫۰۶۵	۱۴۷۱٫۸۷	۱۰۲٫۷۰

الف) یک رابطه برای محاسبه‌ی اندازه‌ی نیم‌قطر بزرگ مدار سیاره‌ها در این سیستم به دست آورید به طوری که اگر n شماره‌ی سیاره باشد، a_n طول نیم‌قطر بزرگ آن باشد.

ب) داده‌های مربوط به کدام سیاره در جدول نیامده است؟ اندازه‌ی نیم‌قطر بزرگ و دوره‌ی تناوب حرکت آن چه قدر است؟

پ) جرم ستاره‌ی مرکزی این منظومه چه قدر است؟

(۵) در روزهای مختلف سال، طول روز تغییر می‌کند. اما خورشید در بلندترین روز سال، زودتر از بقیه‌ی روزها طلوع نمی‌کند! برای ناظری در عرض جغرافیایی λ حساب کنید در چه روزی از سال، خورشید از همه‌ی روزها زودتر طلوع می‌کند؟ (مدار زمین را دایره فرض کنید).

در این روز مدت زمان به طول انجامیدن شفق را محاسبه کنید.

در تهران در چه روزی از سال خورشید از همه‌ی روزهای دیگر زودتر طلوع می‌کند؟ (عرض جغرافیایی تهران 36° شمالی است).